

Применение эвристического метода для оптимизации оперативного плана розлива напитков

С. А. Федосеев, канд. физ.-мат. наук, доцент; С. М. Заболотских
Пермский государственный технический университет

Ключевые слова: план розлива напитков; оптимизация; эвристика.

Keywords: plan of beverages' bottling; optimization; heuristics.

Известно, что используемые в ERP-системах алгоритмы планирования далеко не всегда адекватны требованиям к точности и скорости выполнения [1]. Это особенно важно для оперативного управления производством, когда необходимо в очень короткие сроки составлять производственные расписания, оптимальные по некоторым критериям и удовлетворяющие всем имеющимся ограничениям.

Подобные задачи могут быть успешно решены с помощью современных методов оптимизации и локального поиска таких, как эвристические алгоритмы, генетические алгоритмы, методы стохастического поиска, методы распространения ограничений и др. [2].

В данной работе рассмотрена задача — оптимизация оперативного плана розлива напитков с применением эвристического алгоритма.

Содержательная постановка задачи

Цех розлива выпускает несколько сотен видов продукции (напитков), которые характеризуются пятью параметрами: разновидность напитка (сок, нектар, чай), вкус (томат, яблоко, апельсин, мультифрукт, тропик и т.п.), формат (2; 1,95; 1; 0,97; 0,5; 0,2 л), марка («Красавчик», «Фруктовый остров» и др.), форма пакета (тетра-брик, призма).

В цехе установлены три пастеризатора определенной мощности (тысячи литров в час), которые могут быть загружены как полностью, так и частично, но в определенных пределах. К трем пастеризаторам подключены семь машин розлива, каждая из которых характеризуется следующими параметрами:

форматом, формой пакета и типом крышки (слимкеп, стримкеп, рикеп, без крышки) и производительностью (шт./ч). Каждый пастеризатор может быть подключен сразу к нескольким машинам согласно схемам возможных подключений, которые определяются структурой трубопровода в цехе.

Технология производства предполагает определенные последовательности розлива напитков, упорядоченные по вкусам. Внутри последовательности операция мойки соответствующего пастеризатора и подключенных к нему машин незначительная (быстрая мойка около 1 ч), при переходе от одной последовательности к другой операция мойки занимает уже значительное время (долгая мойка около 5 ч).

Основная цель оперативного планирования — повышение эффективности использования машин, т.е. сокращение времени производства фиксированного объема напитков.

Концептуальная постановка задачи

Для описания параметров задачи введем следующие обозначения: D — общее количество напитков; D_T — общее количество типов напитков; S — общее количество разновидностей напитков; F — общее количество вкусов; M — общее количество марок; G — общее количество форм пакета; C — общее количество типов крышек; P — общее количество пастеризаторов; E — общее количество машин; E_T — общее количество типов машин;

$dt_i = (dts_i, dtm_i, dtf_i)$ — вектор, описывающий параметры i -го типа напитков, $i = \overline{1, D_T}$, где dts_i — номер разно-

видности напитка i -го типа, принимает значения от 1 до S ; dtm_i — номер марки напитка i -го типа, принимает значения от 1 до M ; dtf_i — номер вкуса напитка i -го типа, принимает значения от 1 до F ;

$d_i = (dt_i, dv_i, dd_i, dg_i, dc_i)$ — вектор, описывающий параметры i -го напитка, $i = \overline{1, J}$, где dt_i — номер типа i -го напитка, принимает значения от 1 до D_T ; dv_i — формат i -го напитка (л), позволяет перевести количество напитка из штук в литры; dd_i — плотность i -го напитка (т/л), позволяет перевести количество напитка из литров в тонны; dg_i — номер формы пакета i -го напитка, принимает значения от 1 до G ; dc_i — номер типа крышки для i -го напитка, принимает значения от 1 до C ;

$p_i = (pa_i, pb_i)$ — вектор, описывающий параметры i -го пастеризатора, $i = \overline{1, P}$, где pa_i — минимальная производительность i -го пастеризатора (л/ч); pb_i — максимальная производительность i -го пастеризатора (л/ч);

$et_i = (etv_i, etg_i, etc_i)$ — вектор, описывающий параметры i -го типа машин, $i = \overline{1, E_T}$, где etv_i — формат для машин i -го типа (л); etg_i — номер формы пакета для машин i -го типа, принимает значения от 1 до G ; etc_i — номер типа крышки для машин i -го типа, принимает значения от 1 до C ;

$e_i = (et_i, ew_i, ec_i, eu_i)$ — вектор, описывающий параметры i -й машины, $i = \overline{1, E}$, где et_i — номер типа для i -й машины, принимает значения от 1 до E_T ; ew_i — максимальная производительность i -й машины (шт./ч); ec_i — подтвержденная (средняя) производительность i -й машины (шт./дн.); eu_i — время использования i -й машины (ч), рассчитывается при решении задачи;

$ed = (ed_1, ed_2, \dots, ed_E)$ — вектор фонда рабочего времени для машин (ч);

Od_{ik} — элементы матрицы последовательностей типов напитков O_d , описывающей такие последовательности типов напитков, которые не приводят к долгой мойке пастеризатора и подключенных к нему машин. Элементы Od_{ik} определяют, может ли после i -го типа напитка, $i = \overline{1, D_T}$, следовать k -й тип напитка, $k = \overline{1, D_T}$ (1 — может следовать, 0 — не может следовать);

$dp = (dp_1, dp_2, \dots, dp_D)$ — вектор плана производства напитков (шт.).

Математическая постановка задачи

Используя вышевведенные обозначения, опишем ограничения задачи.

1. Пусть к k -му пастеризатору подключено h машин, тогда

$$pa_k \leq \sum_{i=1}^k ew_i \cdot etv_i \leq pb_k.$$

2. i -й напиток может разливаться на k -й машине, если

$$dv_i = etv_k \wedge dg_i = etg_k \wedge dc_i = etc_k.$$

3. Для выпуска на k -й машине требуемого количества упаковок (шт.) напитка dp_k необходимо потратить dp_k/ew_k (ч). Общее время использования k -й машины eu_k с учетом времени подключений пастеризаторов к машинам, времени долгой мойки и времени быстрой мойки не должно превышать ed_k .

Параметрами управления в данной задаче являются элементы вектора dp и очередность запуска партий напитка в производство.

В качестве целевой функции можно принять сумму

$$\sum_{i=1}^k eu_i \rightarrow \min.$$

Пример составления оперативного плана розлива напитков

Приведем пример решения задачи составления оптимального оперативного плана розлива напитков.

В соответствии с содержательной постановкой задачи могут быть приняты следующие гипотезы.

1. Для всех напитков принимаем $1\tau = 1000$ л. Данная гипотеза принимается для удобства расчетов и связана с тем, что плотность всех напитков очень близка к плотности воды.

2. Предполагается, что на складе имеется необходимое для реализации плана розлива напитков количество ингредиентов и упаковки.

Пусть необходимо составить оперативный план розлива для напитков, перечисленных в табл. 1.

Задача формирования плана розлива напитков относится к задачам составления производственных расписаний, которые, как известно [3], являются NP-полными. Поэтому для решения задачи оптимизации плана розлива напитков метод полного перебора возможных вариантов может быть использован только в определенных пределах. Другими словами, метод полного перебора не позволяет найти решение задачи за приемлемое время, если количество напитков в плане розлива больше некоторого известного числа.

Метод полного перебора возможных вариантов заключается в вычислении значения критерия оптимальности для всех последовательностей запуска напитков в производство, которые удовлетворяют ограничениям задачи. При этом также перебираются все варианты подключения машин к пастеризаторам в соответствии с известными схемами возможных подключений. В связи с тем что вариантов возможных подключений семи машин к трем пастеризаторам немного, перебор этих вариантов осуществляется незначительное время.

В результате полного перебора вариантов, выполнение которого заняло на персональном компьютере около 2 ч, было получено шесть последовательностей запуска напитков на розлив, которые дают минимальную длительность производственного цикла, равную 43 ч (табл. 2).

Как уже отмечалось ранее, для большого числа разновидностей напитков решение подобных задач методом полного перебора затруднительно в силу значительного времени счета из-за очень большого количества возможных последовательностей запуска напитков на розлив. В связи с этим возникает необходимость в разработке эффективного эвристического алгоритма составления производственного расписания.

Эвристические методы — последовательность предписаний или процедур обработки информации, выполняемая с целью поиска более рациональных и новых конструктивных решений [4]. Основное достоинство эвристических методов — существенное, иногда радикальное, сокращение времени счета. Основной недостаток эвристических методов — отсутствие гарантии получения оптимального решения.

Полученная новая последовательность марка — вкус напитков оптимальна с точки зрения данного эвристического алгоритма. Далее применим сформулированный алгоритм для решения задачи составления производственного расписания.

Специфика рассматриваемого производства позволила определить следующий эвристический алгоритм формирования последовательности запуска марка — вкус напитков на розлив.

1. Определим типы напитков $dt_i, i = \overline{1, k}$, указанных в плане розлива.
2. Для каждого типа напитка определяем значение параметра odt_i по формуле

$$odt_i = \sum_{j=1}^k Od_{ij}.$$

Параметр odt_i — количество типов напитков, которые могут разливаться без долгой мойки после напитка типа dt_i .

3. Напитки из плана розлива упорядочиваются в порядке убывания параметра odt_i . Если для некоторых типов напитков параметр odt_i оказался одинаковым, то выбирается любой из этих типов, который может сменить предыдущий напиток без долгой мойки.

При определении последовательности запуска напитков на розлив с помощью предложенной эвристики количество напитков в плане розлива уже существенно не влияет на длительность выполнения алгоритма. В результате поставленная задача может быть решена за приемлемое время при значительном количестве напитков в плане розлива.

Таблица 1

Марка	Вкус	Тип напитка	Формат, л	Форма пакета	Тип крышки	План, шт.
«Красавчик»	Нектар	Яблоко-абрикос	2	Брик	SlimCap	30 000
«Красавчик»	»	Яблоко-персик	2	»	»	9260
«Фруктовый остров»	»	То же	2	»	»	40 000
«Красавчик»	Сок	Томат	1	»	»	60 000
«Красавчик»	»	»	2	»	»	50 000
«Красавчик»	Нектар	Яблоко-абрикос	1	»	ReCap	5000
«Красавчик»	»	Яблоко-персик	1	»	»	46 000
«Фруктовый остров»	»	То же	1	»	»	45 000
«Красавчик»	»	Персик-яблоко	1	»	»	20 000
«Красавчик»	Сок	Яблоко	0,5	»	Соломка	80 000
«Красавчик»	Нектар	Мультифрукт	0,2	»	»	20 000
«Красавчик»	Сок	Яблоко	0,2	»	»	80 000
«Красавчик»	Нектар	Яблоко-абрикос	0,2	»	»	35 000
«Красавчик»	»	Яблоко-персик	0,2	»	»	20 000
«Фруктовый остров»	»	То же	0,2	»	»	45 000

Пастеризатор № 1		Пастеризатор № 2			Пастеризатор № 3	
ТВА8-1000	ТВА8-00	ТВА8-1000S	АЗFlex-2000S	ТВА8-200	АЗFlex	АЗFlex-200
Простой машины	«Красавчик» (яблоко) 0,5 л (14 ч)	«Красавчик» (томат) 1 л (5 ч)	«Красавчик» (томат) 2 л (10 ч)	Простой машины	«Красавчик» (томат) 1 л (5 ч)	Простой машины
		Долгая мойка (5 ч)			Долгая мойка (5 ч)	
«Красавчик» (яблоко-абрикос) 1 л (1 ч)			Простой машины	«Красавчик» (яблоко) 0,2 л (6 ч)		«Красавчик» (яблоко) 0,2 л (5 ч)
«Красавчик» (персик-яблоко) 1 л (4 ч)			«Красавчик» (яблоко-абрикос) 2 л (6 ч)	«Красавчик» (яблоко-абрикос) 0,2 л (3 ч)		«Красавчик» (яблоко-абрикос) 0,2 л (2 ч)
«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 1 л (8 ч)			«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 2 л (8 ч)	«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 0,2 л (3 ч)		«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 0,2 л (3 ч)
«Красавчик» (яблоко-персик) 1 л (8 ч)			«Красавчик» (яблоко-персик) 2 л (2 ч)	«Красавчик» (яблоко-персик) 0,2 л (1 ч)		«Красавчик» (яблоко-персик) 0,2 л (2 ч)
				«Красавчик» (мультифрут) 0,2 л (2 ч)		«Красавчик» (мультифрут) 0,2 л (1 ч)
T = 39 ч		T = 43 ч			T = 27 ч	
Итого длительность производственного цикла с учетом коротких моек (1 ч) при смене напитков и технологической мойки (2 ч) составляет: T = 45 ч						

Таблица 2

Пастеризатор № 1		Пастеризатор № 2			Пастеризатор № 3	
ТВА8-1000	ТВА8-500	ТВА8-1000S	АЗFlex-2000S	ТВА8-200	АЗFlex	АЗFlex-200
Простой машины	«Красавчик» (яблоко) 0,5 л (14 ч)	Простой машины	Простой машины	«Красавчик» (яблоко) 0,2 л (6 ч)	Простой машины	«Красавчик» (яблоко) 0,2 л (5 ч)
«Красавчик» (яблоко-абрикос) 1 л (1 ч)			«Красавчик» (яблоко-абрикос) 2 л (6 ч)	«Красавчик» (яблоко-абрикос) 0,2 л (3 ч)		«Красавчик» (яблоко-абрикос) 0,2 л (2 ч)
«Красавчик» (яблоко-персик) 1 л (8 ч)			«Красавчик» (яблоко-персик) 2 л (2 ч)	«Красавчик» (яблоко-персик) 0,2 л (1 ч)		«Красавчик» (яблоко-персик) 0,2 л (2 ч)
«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 1 л (8 ч)			«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 2 л (8 ч)	«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 0,2 л (3 ч)		«Фруктовый остров» (яблоко-персик) 0,2 л (3 ч)
«Красавчик» (персик-яблоко) 1 л (4 ч)			Простой машины	«Красавчик» (мультифрут) 0,2 л (2 ч)		«Красавчик» (мультифрут) 0,2 л (1 ч)
		Долгая мойка			Долгая мойка	
		«Красавчик» (томат) 1 л (5 ч)	«Красавчик» (томат) 2 л (10 ч)		«Красавчик» (томат) 1 л (5 ч)	
T = 39 ч		T = 43 ч			T = 27 ч	
Итого длительность производственного цикла с учетом коротких моек (1 ч) при смене напитков и технологической мойки (2 ч) составляет: T = 45 ч						

В результате применения предложенной эвристики время решения задачи на персональном компьютере составило около 3 мин и была выведена одна из шести оптимальных последовательностей, полученных полным перебором (табл. 3). То есть для данной задачи предложенная эвристика позволила получить оптимальное решение за время, на два порядка меньшее, чем метод полного перебора.

Для проверки эффективности предложенной эвристики были составлены планы розлива для 20 различных сочетаний напитков как методом полного перебора, так и с помощью предложенной эвристики. В результате предложенная эвристика позволила

получить в 18 случаях одно из оптимальных решений, найденных полным перебором, а в двух случаях — решения с производственным циклом на 4 ч длиннее оптимального, т. е. хуже примерно на 10%.

Приведенная статистика позволяет сделать вывод о достаточно высокой эффективности предложенной эвристики для оптимизации оперативных планов розлива напитков.

Таким образом, предложена содержательная, концептуальная и математическая постановка задачи оптимизации оперативного плана розлива напитков. Приведен пример составления оптимального плана розлива напитков с помощью метода полного перебора и

эвристического метода. Показана эффективность предложенной эвристики для оптимизации оперативного плана розлива напитков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Питеркин, С. В. Точно вовремя для России. Практика применения ERP-систем/С. В. Питеркин, Н. А. Оладов, Д. В. Исаев. — М.: Альпина Паблишер, 2002. — 368 с.
2. Малащенко, И. Планирование и оптимизация: от Вергилия до APS-системы/И. Малащенко // PC Week/RE. — 2006. — № 27. — С. 29–32.
3. Кормен, Т. Х. Алгоритмы: построение и анализ/Т. Х. Кормен, Ч. И. Лейзерсон, Р. Л. Ривест, К. Штайн. — М.: Вильямс, 2006. — 1296 с.
4. Джонс, Дж. К. Методы проектирования/Дж. К. Джонс. — М.: Мир, 1986. — 326 с.